



جاهای خای را با عبارت‌های مناسب پر کنید:

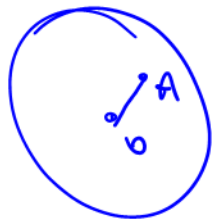
۱- یک خط و یک دایره بر هم **مماس** اگر و تنها اگر این خط در نقطهٔ تماس با دایره بر شعاع آن نقطه عمود باشد.

۲- پاره‌خطی که یک سر آن مرکز دایره و سر دیگر آن نقطه‌ای روی دایره باشد. **شعاع** دایره می‌گویند.

۳- زاویه‌ای است که رأس آن روی دایره و اضلاع آن شامل دو وتر از دایره باشند زاویه **محاطی** می‌گویند.

۴- اگر فاصلهٔ خط از مرکز دایره با شعاع برابر باشد ($OH = r$)، خط و دایره **کب** نقطهٔ اشتراک دارند؛ یعنی **ضایر دایره مماسی** شود.

۵- اگر نقطه‌ای مانند A درون دایره $C(O, r)$ باشد، فاصله آن تا مرکز دایره **کمتر** شعاع دایره است.



$$OA < r$$

۶- اندازهٔ هر زاویهٔ ظلی برابر است با **نصف** ... کمان روبه‌رو به آن زاویه.

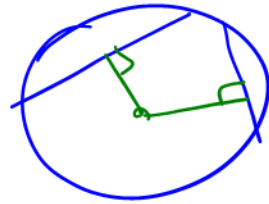
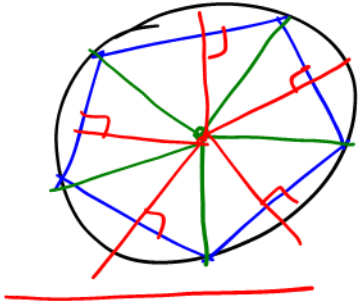
۷- در دایره، قطر عمود بر وتر، وتر و کمان‌های نظیر آن وتر را **نصف** می‌کند.



درست یا نادرست بودن هر یک از عبارات های زیر را تعیین کنید.

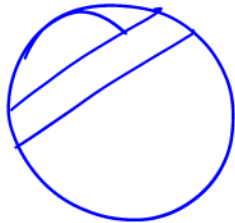
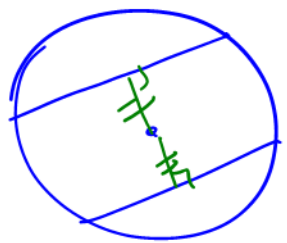
محمد مصفا

۱- چند ضلعی را محاطی می‌گوییم اگر و فقط اگر نیمسازهای زوایای آن هم‌رس باشند. نادرست



۲- در دایره، اگر دو وتر مساوی باشند، فاصله آنها از مرکز دایره مساوی است. درست

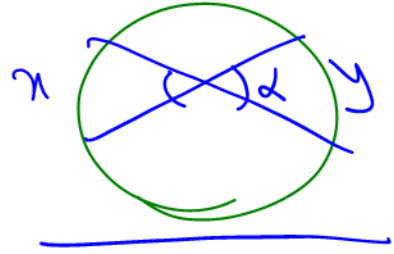
۳- در دایره خطی که وسط یک وتر را به وسط کمان نظیر آن وتر وصل کند بر آن وتر عمود است. درست



۴- در دایره، اگر دو وتر موازی باشند، فاصله آنها از مرکز دایره مساوی است. نادرست

۵- ذوزنقه متساوی الساقین محیطی است. نادرست

۶- دو دایره متداخل. دو دایره را که تمام نقاط یکی درون دیگری باشد، متداخل می‌نامیم. درست



۷- دو وتر از یک دایره موازی اند اگر و فقط اگر کمان های محدود بین آنها مساوی باشند. نادرست

۸- اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می‌شود، برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که

به ضلع های آن زاویه محدوداند. درست

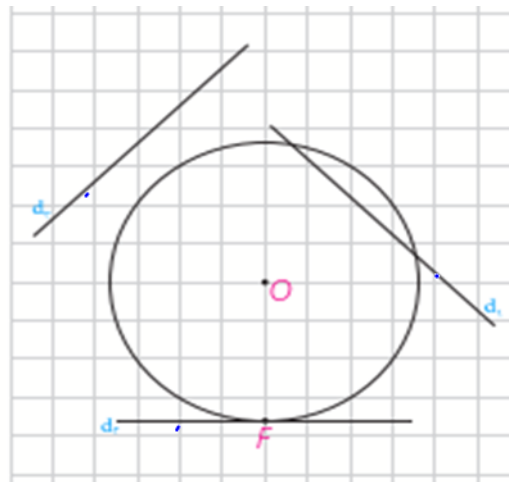


خط

وضعیت نسبی یک ~~نقطه~~ نسبت به دایره را توضیح دهید.

۱ - در حالتی که خط و دایره تنها در یک نقطه مشترک باشند، خط بر دایره مماس است.

۲ - در حالتی که خط و دایره دو نقطه اشتراک داشته باشند، خط و دایره را متقاطع می‌نامند. در این حالت خط را نسبت به دایره قاطع می‌نامیم.

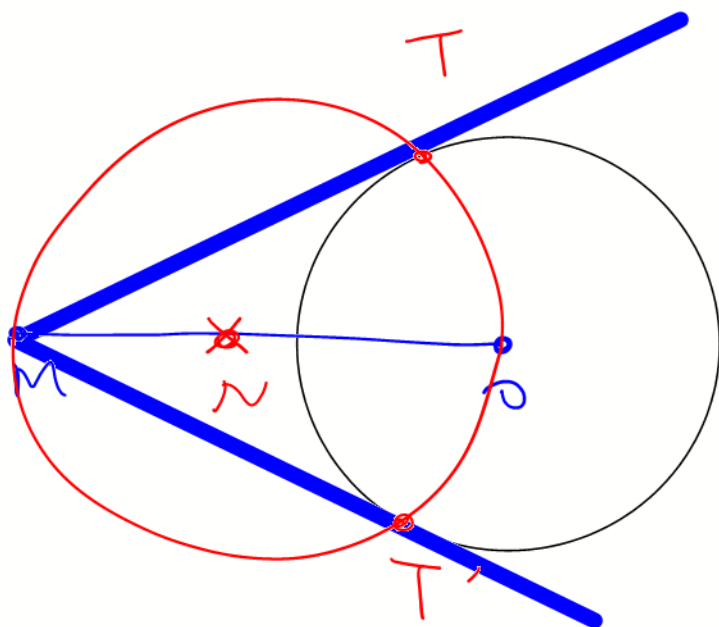


۳ - حالتی که خط و دایره هیچ نقطه اشتراکی نداشته باشند.



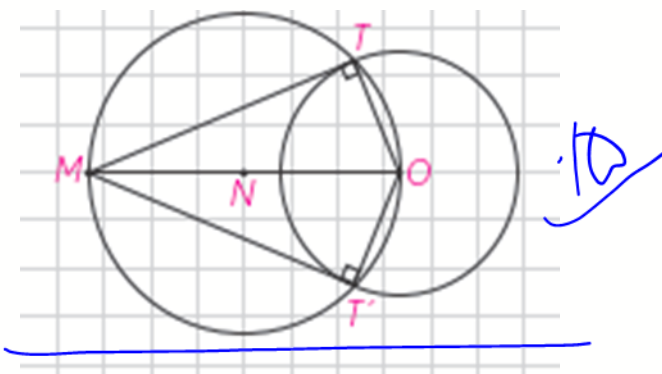
از نقطه M خارج دایره $C(O, R)$ مماس بر آن رسم کنید:

۱،۲۵



پس برای رسم مماس بر دایره از نقطه M خارج دایره، ابتدا دایره‌ای به قطر OM (مرکز دایره) رسم می‌کنیم.

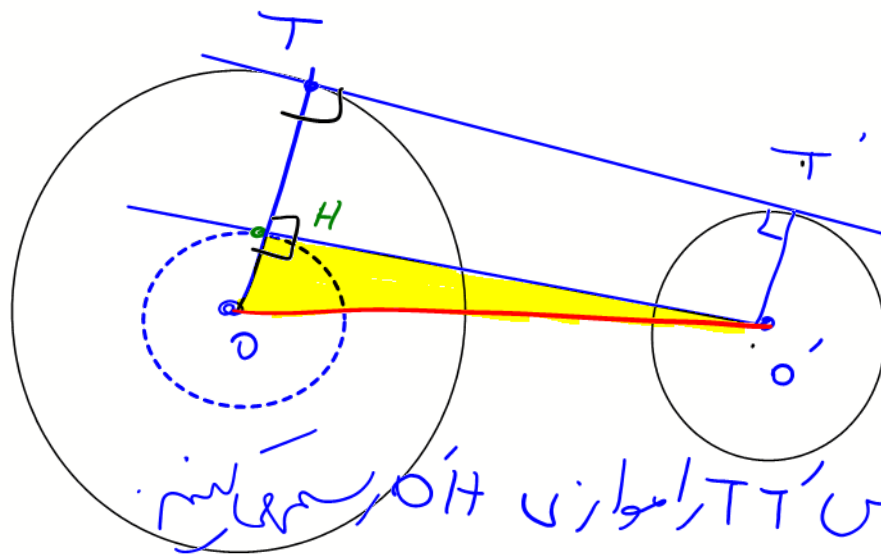
این دایره، دایره مفروض را در دو نقطه T و T' قطع می‌کند. خط‌های MT و MT' بر دایره مماس‌اند؛



مماس مشترک خارجی، دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ رسم کنید



پویش علمی
ماندگار البرز



به مرکز دایره بزرگ تر، شعاع $R - R'$

دایره C' را رسم می‌کنیم و نقطه مماس را

H می‌نامیم O را به H وصل کرده OH را رسم می‌کنیم

تا دایره C را در T قطع کند از T مماس TT' را موازی OH رسم می‌کنیم.

$$TT' \parallel OH$$

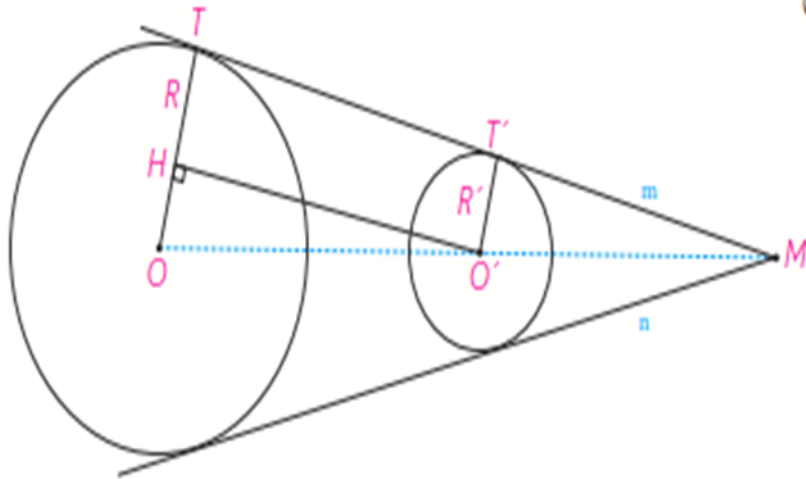
$$\left. \begin{array}{l} TH = O'H = R - R' \\ \hat{H} = \hat{T} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow TT' \parallel OH$$

$$\Rightarrow \hat{T} = 90^\circ$$



مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ رسم کنید

م کند.



پویش علمی
ماندگارالبرز

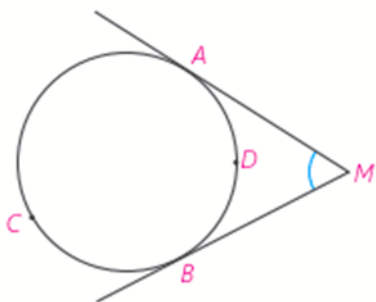
قضیه: اندازه هر زاویه محاطی برابر است با نصف اندازه کمان مقابل به آن زاویه.

قضیه: اندازه هر زاویه ظلی برابر است با کمان روبه‌رو به آن زاویه.

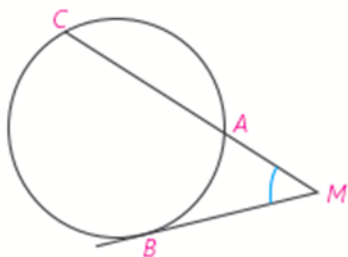
ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف قدر مطلق تفاضل اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع های آن زاویه محدوداند.

ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف مجموع اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع های آن زاویه محدوداند.

۱- در شکل‌های زیر ثابت کنید :



$$\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2} \quad (\text{ب})$$



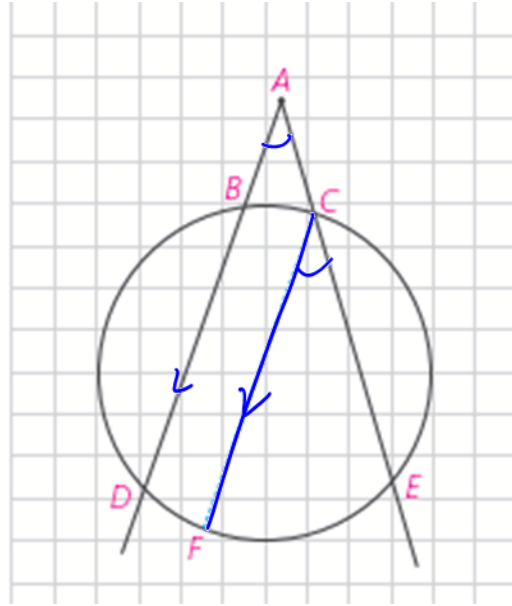
$$\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AD}}{2} \quad (\text{پ})$$



ثابت کنید اندازه زاویه ای که از برخورد امتداد دو وتر در یک دایره ایجاد می شود برابر نصف قدر مطلق تفاضل

اندازه دو کمانی از دایره است که به ضلع های آن زاویه محدوداند.

(۱۲۵)



(۱۲۵)

فرض	وتر BD, CE متقاطع
محتمل	$\hat{A} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$

از نقطه C، رسم موازی BD رسم می کنیم.

(۱۲۵) $BD \parallel CF \rightarrow \widehat{DF} = \widehat{BC}$

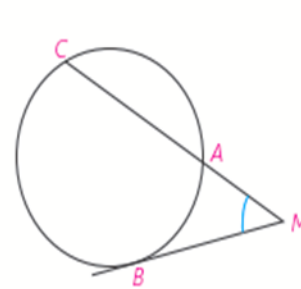
(۱۲۵) $BD \parallel CF, AE \text{ بر } BD \rightarrow \hat{A} = \hat{C}$

(۱۲۵) $\hat{C} = \frac{\widehat{FE}}{2} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{DF}}{2} = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2} \Rightarrow A = \frac{\widehat{DE} - \widehat{BC}}{2}$ (۱۲۵)

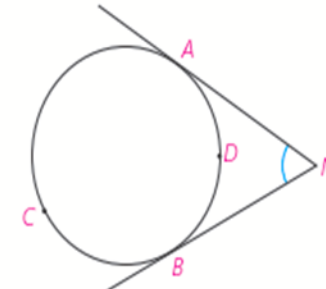


۱- در شکل‌های زیر ثابت کنید:

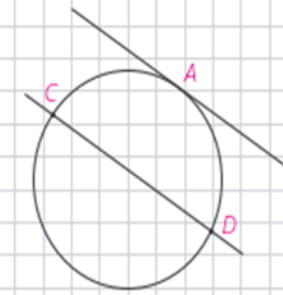
راهنمایی: از نقطه B خطی موازی ضلع دیگر زاویه رسم کنید.



$$\hat{M} = \frac{\widehat{BC} - \widehat{AB}}{2} \quad (\text{پ})$$

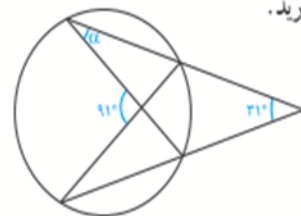


$$\hat{M} = \frac{\widehat{ACB} - \widehat{ADB}}{2} \quad (\text{ب})$$

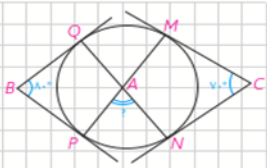


الف) $d_1 \parallel d_2$ ، ثابت کنید $\widehat{AC} = \widehat{AD}$

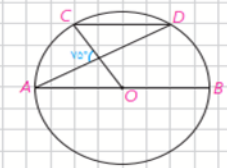
۲- در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید.



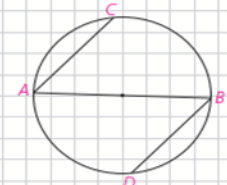
۳- در شکل اضلاع زاویه‌های B و C بر دایره مماس‌اند. اندازه زاویه \hat{A} چند درجه است؟



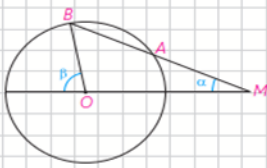
۴- در دایره رسم شده شکل مقابل $CD \parallel AB$ ، اندازه کمان CD را به دست آورید.



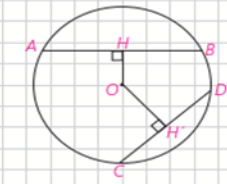
۵- در شکل مقابل، AB قطری از دایره است و وترهای AC و BD موازی‌اند. ثابت کنید: $AC = BD$



۶- دایره $C(O, R)$ مفروض است. از نقطه M در خارج دایره خطی چنان رسم کرده‌ایم که دایره را در دو نقطه A و B قطع کرده است و $MA = R$ ؛ نشان دهید: $\beta = 2\alpha$



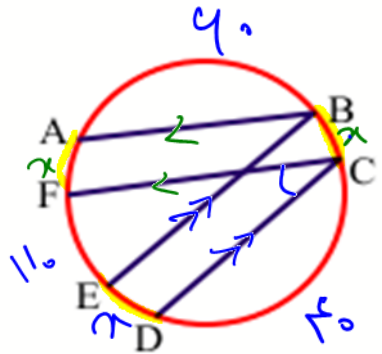
۷- در دایره $C(O, R)$ ، $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $AB = 10$ فاصله O از وتر AB را به دست آورید.



۸- در دایره $C(O, R)$ نشان دهید $AB > CD$ اگر و تنها اگر $OH < OH'$ (OH و OH' فاصله O از دو وتر AB و CD هستند).
راهنمایی: از O به B و C وصل، و از قضیه فیثاغورس استفاده کنید.



در شکل زیر $AB \parallel FC$ و $CD \parallel BE$ و $\widehat{AB} = 60^\circ$ و $\widehat{CD} = 40^\circ$ و $\widehat{EF} = 110^\circ$ ، آن گاه زاویه FCD چند درجه است.



$$AF \parallel BC \Rightarrow \widehat{AF} = \widehat{BC} = x$$

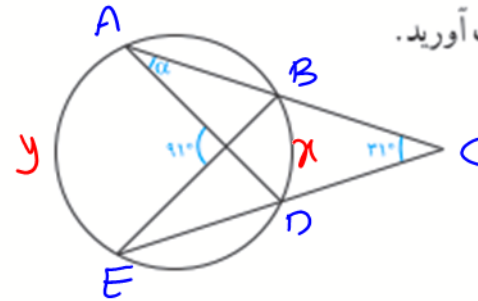
$$BC \parallel ED \Rightarrow \widehat{BC} = \widehat{ED} = x$$

$$3x + 110 = 340 \Rightarrow x$$

$$\widehat{FCD} = \frac{110 + x}{2} = ?$$



۲- در شکل مقابل اندازه زاویه α را به دست آورید.



$$2 \times 91 = y + x$$

$$2 \times 31 = y - x$$

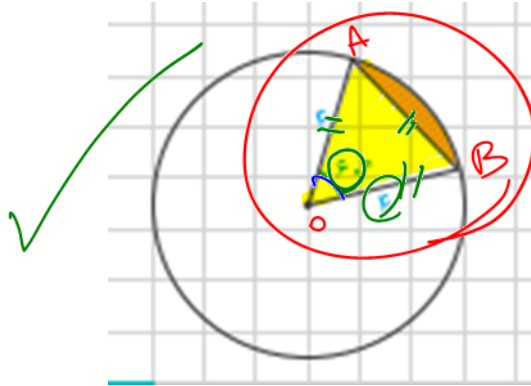
$$x =$$

$$y =$$

$$\alpha = \frac{x}{2}$$



۸- مطابق شکل دایره به شعاع ۴، مساحت ناحیه سایه زده را محاسبه کنید. این ناحیه، یک قطعه دایره نام دارد.



$$S_{\text{منبت}} = S_{\text{قطعه}} - S_{\text{منبت}}$$

$$= \frac{40}{360} \times \pi (4)^2 - \frac{1}{2} (4)^2 \sin 40 =$$

$$= \frac{16\pi}{9} - 8\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} R^2 \theta \quad (R\theta)$$

$$\left\{ \begin{aligned} S &= \frac{\theta}{360} \times \pi R^2 \\ &= \frac{\theta}{360} \times \pi R^2 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} &L_{AB} + R_{AB} \\ &\frac{40}{360} \times \pi (4)^2 + 8 = \frac{16\pi}{9} + 8 \end{aligned} \right.$$



پویش علمی
ماندگارالبرز



پویش جهاد علمی دبیرستان ماندگارالبرز

رابطه‌های طولی در دایره

قضیه: هرگاه خط‌های شامل دو وتر دلخواه AB و CD در نقطه‌ای مانند M (درون یا بیرون دایره) یکدیگر را قطع کنند. آن‌گاه: $MA \cdot MB = MC \cdot MD$

قضیه: هرگاه M نقطه‌ای بیرون دایره باشد و از M مماس و قاطعی نسبت به دایره رسم کنیم، مربع اندازه مماس برابر است با حاصل ضرب اندازه‌های دو قطعه قاطع

